PART3　母集団の推定

例題

(1)　ある県の 17 歳男子から 100 人を無作為抽出して身長を調べたところ，平均値が 170.2cm，標準偏差 6.0cm であった。この県の 17 歳男子の平均身長 m を，信頼度 95% で推定せよ。

(2)　ある工場で製造しているある製品から 2500 個を無作為抽出して調べたところ，50 個の不良品が含まれていた。この工場で製造しているこの製品の不良品率 p を信頼度 95% で推定せよ。

Point Pickup

練習

(1)　ある牛乳 400 本を無作為抽出して乳脂肪分を測定したところ，平均値が 3.6%，標準偏差 0.45% であった。この牛乳の乳脂肪分の平均値 m を信頼度 95% で推定せよ。

(2)　ある高校の 1 年生から 100 人を無作為抽出して調べたところ，自転車通学者は 36 人であった。この高校の 1 年生全体における自転車通学者の割合 p を信頼度 95% で推定せよ。

第 8 講　PART3 確認問題

1　ある農園でつくられているいちごの中から 100 個を無作為抽出し，その重さを測定したところ，平均値が 37.4g，標準偏差が 5.0g であった。この農園のいちごの重さの平均値 m を，信頼度 95%で推定すると，［アイ］．［ウ］g 以上［エオ］．［カ］g 以下となる。
ただし，小数第 2 位を四捨五入して小数第 1 位までの数で答えよ。

2　ある市の高校生から 600 人を無作為に抽出して，虫歯がある生徒を調べたところ，240 人であった。この市の高校生全体における，虫歯の保有率 p を信頼度 95%で推定すると，その信頼区間は 0.［キクケ］$\leqq p \leqq$ 0.［コサシ］となる。
ただし，小数第 4 位を四捨五入して小数第 3 位までの数で答えよ。

PART3　母集団の推定

例題

(1)　ある県の 17 歳男子から 100 人を無作為抽出して身長を調べたところ，平均値が 170.2 cm，標準偏差 6.0 cm であった。この県の 17 歳男子の平均身長 m を，信頼度 95% で推定せよ。

(2)　ある工場で製造しているある製品から 2500 個を無作為抽出して調べたところ，50 個の不良品が含まれていた。この工場で製造しているこの製品の不良品率 p を信頼度 95% で推定せよ。

(1)　標本平均は $\overline{X}=170.2$，標本の標準偏差は $s=6.0$，標本の大きさは $n=100$ より

$$1.96\cdot\frac{s}{\sqrt{n}}=1.96\cdot\frac{6.0}{\sqrt{100}}=1.176$$

よって，信頼度 95% の信頼区間は

$$170.2-1.176\leqq m\leqq 170.2+1.176 \qquad 169.024\leqq m\leqq 171.376$$

したがって，169.0 cm 以上 171.4 cm 以下

(2)　標本の大きさは $n=2500$，標本比率は $R=\dfrac{50}{2500}=0.02$ より

$$1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}=1.96\cdot\sqrt{\frac{0.02\times0.98}{2500}}=0.005488\fallingdotseq 0.005$$

よって，信頼度 95% の信頼区間は

$$0.02-0.005\leqq p\leqq 0.02+0.005 \quad \text{より} \quad 0.015\leqq p\leqq 0.025$$

練習

(1)　ある牛乳 400 本を無作為抽出して乳脂肪分を測定したところ，平均値が 3.6%，標準偏差 0.45% であった。この牛乳の乳脂肪分の平均値 m を信頼度 95% で推定せよ。

(2)　ある高校の 1 年生から 100 人を無作為抽出して調べたところ，自転車通学者は 36 人であった。この高校の 1 年生全体における自転車通学者の割合 p を信頼度 95% で推定せよ。

(1)　標本平均は $\overline{X}=0.036$，標本の標準偏差は $s=0.0045$，標本の大きさは $n=400$ より

$$1.96\cdot\frac{s}{\sqrt{n}}=1.96\cdot\frac{0.0045}{\sqrt{400}}=0.000441$$

よって，信頼度 95% の信頼区間は

$$0.036-0.000441\leqq m\leqq 0.036+0.000441 \qquad 0.035559\leqq m\leqq 0.036441$$

したがって，3.56% 以上 3.64% 以下

(2)　標本の大きさは $n=100$，標本比率は $R=\dfrac{36}{100}=0.36$ より

$$1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}=1.96\cdot\sqrt{\frac{0.36\times0.64}{100}}=0.09408\fallingdotseq 0.094$$

よって，信頼度 95% の信頼区間は

$$0.36-0.094\leqq p\leqq 0.36+0.094 \quad \text{より} \quad 0.266\leqq p\leqq 0.454$$

第8講　PART3 確認問題 解答

1

[正解] アイ：36，ウ：4，エオ：38，カ：4

[解説]

標本平均は　$\overline{X}=37.4$

標本の標準偏差は　$s=5.0$

標本の大きさは $n=100$ より

$$1.96\cdot\frac{s}{\sqrt{n}}=1.96\cdot\frac{5.0}{\sqrt{100}}=0.98$$

よって，母平均 m に対する信頼度 95％の信頼区間は

$$37.4-0.98\leqq m\leqq 37.4+0.98 \quad \text{[A]}$$

$$36.42\leqq m\leqq 38.38$$

すなわち

36.4g 以上 38.4g 以下

[A]　母平均の推定
標本平均を $\overline{X}$ とする。母標準偏差 σ の母集団から大きさ n の標本を無作為抽出するとき，n が十分大きいならば，母平均 m に対する信頼度 95％の信頼区間は

$$\overline{X}-1.96\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\leqq m\leqq \overline{X}+1.96\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

※母標準偏差 σ がわからないときは，母標準偏差 σ のかわりに標本の標準偏差を用いてもよい。

2

[正解] キクケ：361，コサシ：439

[解説]

標本の大きさは　$n=600$

標本比率は　$R=\dfrac{240}{600}=0.4$

であるから

$$1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}=1.96\cdot\sqrt{\frac{0.4\times0.6}{600}}$$

$$=1.96\times0.02=0.0392$$

よって，保有率 p に対する信頼度 95％の信頼区間は

$$0.4-0.0392\leqq p\leqq 0.4+0.0392 \quad \text{[B]}$$

$$0.3608\leqq p\leqq 0.4392$$

すなわち

$$\boldsymbol{0.361\leqq p\leqq 0.439}$$

[B]　母比率の推定
母集団から大きさ n の標本を無作為抽出するとき，n が十分大きいならば，母比率 p に対する信頼度 95％の信頼区間は，標本比率を R とすると

$$R-1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}\leqq p\leqq R+1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}$$